

УДК 621.771.8: 519.852

Загорянский В. Г.

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ МИНИМИЗАЦИИ ИЗГИБА ДВУХСЛОЙНОЙ ПОЛОСЫ ПРИ ПРОКАТКЕ ПО МЕТОДИКЕ ПОДБОРА ТОЛЩИН СЛОЕВ КОМПОНЕНТОВ

Прокатка биметаллических полос и листов с несимметричным расположением слоев сопровождается изгибом в вертикальной плоскости конца полосы, выходящего из валков [1].

Изгиб полосы происходит вследствие неравномерной послойной деформации, выражающейся в различной степени вытяжки основного и плакирующего слоев (здесь под вытяжкой понимается изменение толщин слоев).

Если слои в двухслойной полосе не связаны между собой, то при прокатке каждый из них получит свою естественную вытяжку, если же слои связаны, например, в биметаллической полосе, то при прокатке полоса будет изгибаться в сторону слоя меньшей вытяжки, то есть слоя металла с большим сопротивлением деформации [1].

Проблеме минимизации влияния изгиба при несимметричной прокатке биметаллической полосы посвящены многочисленные работы, например, [2–7].

Отметим, что в качестве одного из подходов к решению проблемы минимизации изгиба биметаллических полос при прокатке можно рассматривать разработку оптимизационной математической модели процесса, основанной известных закономерностях деформации биметалла, и ее программную реализацию. На наш взгляд, такому аспекту проблемы как минимизации изгиба биметалла за счет оптимизации толщин слоев компонентов в исходной полосе, уделялось недостаточное внимание, а известные методики [2] сложны для практического использования.

Целью работы является разработка оптимизационной математической модели изгиба биметаллической полосы при горячей прокатке, позволяющей рассчитывать исходные толщины составляющих слоев полосы, при которых обеспечивается минимизация изгиба, а также программная реализация этой модели.

Простейшей технологической схемой моделирования является имитационная, предусматривающая последовательное решение задач математической модели, перевода ее в алгоритмическую и построения машинной (компьютерной) модели [8]. Начинается моделирование с выделения предметной области и цели моделирования. Далее, в соответствии со схемой, приведенной в [8], выполняется собственно построение математической модели, разработка моделирующего алгоритма, построение машинной (компьютерной) модели, эксперименты с моделью, обработка данных и отображение результатов. Указывается [8], что все математические модели, реализуемые на компьютерах, должны быть приведены к алгоритмическому виду, то есть содержать определенный вычислительный алгоритм (точное представление действий, приводящих к решению поставленной задачи). В соответствии с рекомендациями [9], приведем содержательную постановку задачи, возможности создаваемой модели и перечень исходных данных модели.

Примем следующие допущения и условные обозначения.

Биметаллическая полоса, как в самом общем случае, состоит из двух слоев – основного и плакирующего. Толщину полосы до и после пропуска при прокатке обозначим соответственно H и h . Их разность – общее обжатие биметаллической полосы за пропуск Δh , представляющее собой сумму частных обжатий:

$$\Delta h = \Delta h_1 + \Delta h_2, \quad (1)$$

где Δh_1 – частное обжатие плакирующего слоя биметаллической полосы в данном пропуске;

$\Delta h_1 = H_1 - h_1$, H_1 – исходная толщина плакирующего слоя в полосе;

h_1 – толщина плакирующего слоя в полосе после пропуска;

Δh_2 – частное обжатие основного слоя биметаллической полосы в данном пропуске, $\Delta h_2 = H_2 - h_2$, H_2 – исходная толщина основного слоя в полосе;

h_2 – толщина основного слоя в полосе после пропуска.

Как традиционно принято в исследованиях, посвященных биметаллам, сопротивление деформации металла плакирующего слоя обозначим как p_1 , сопротивление деформации металла основного слоя – как p_2 .

Согласно закону распределения обжатий при неравномерной пластичности металла по высоте полосы, сформулированному еще в конце 30-х годов XX столетия [10]:

$$\frac{\Delta h_M}{\Delta h_T} = \left(\frac{p_T}{p_M} \right)^2, \quad (2)$$

частные обжатия слоев металла, имеющих различное сопротивление деформации, обратно пропорциональны квадратам сопротивления деформации этих слоев (здесь индексы "М" и "Т" относятся соответственно к мягкому (с меньшим сопротивлением деформации) и к твердому (с большим сопротивлением деформации) слоям)) [11].

Значения толщин слоев h_1 и h_2 в полосе после обжатия можно найти, зная частные обжатия слоев. Частные обжатия рассчитываются по соотношениям [11]:

$$\Delta h_T = \Delta h \frac{p_M^2}{p_T^2 + p_M^2}, \quad (3)$$

$$\Delta h_M = \Delta h \frac{p_T^2}{p_T^2 + p_M^2}. \quad (4)$$

Отметим, что для расчета частных обжатий по уравнениям (3) и (4) достаточно знать только значение отношения сопротивлений деформации металлов.

Для практического использования в инженерных расчетах рекомендуется [12] следующая аналитическая зависимость (общего вида) сопротивления деформации различных сталей от температуры, скорости и степени деформации (σ_u в МПа):

$$\sigma_u = S \sigma_0 u^a (10\varepsilon)^b \left(\frac{t}{1000} \right)^c, \quad (5)$$

где S , a , b , c – постоянные, определяемые для каждой марки стали по результатам испытаний (значения их приведены в [12]);

σ_0 – базовое сопротивление деформации при базовых значениях: $u = 1 \text{ с}^{-1}$, $\varepsilon = 0,1$, $t = 1000 \text{ }^\circ\text{C}$;

u – скорость деформации, с^{-1} ;

ε – условная относительная деформация (обжатие), в долях единицы;

t – температура, $^\circ\text{C}$.

Зависимость (2) авторы исследования [2] приводят в виде (в работе [2] речь идет о горячей прокатке):

$$\frac{\Delta h_1}{\Delta h_2} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^2, \quad (6)$$

записывая таким образом зависимость (2) для случая, когда плакирующий слой имеет меньшее сопротивление деформации («мягче») основного. На дальнейшие выкладки вывода зависимости для радиуса кривизны биметаллической полосы после прокатки это не влияет.

Авторы исследования [2] вводят коэффициент $m = p_2/p_1$ и далее из соотношений (1) и (6) получают:

$$\Delta h_1 = \Delta h_2 m^2 = (\Delta h - \Delta h_1) m^2. \quad (7)$$

Далее, после преобразований, получается зависимость для частного обжатия плакирующего слоя:

$$\Delta h_1 = \frac{\Delta h}{\left(\frac{1}{m^2} + 1 \right)} = \frac{\Delta h \cdot m^2}{1 + m^2}. \quad (8)$$

Зависимость для частного обжатия Δh_2 выводится аналогично. Она выглядит:

$$\Delta h_2 = \Delta h \frac{1}{1 + m^2}. \quad (9)$$

Авторами исследований, рассматривающих проблему неравномерности деформации биметаллических полос при прокатке [13, 2], использовались также такие параметры, как частные коэффициенты вытяжки – плакирующего (μ_1) и основного (μ_2) слоев.

Принимая во внимание, что при прокатке широких полос уширение относительно невелико [13], частные коэффициенты вытяжки определяются [13, 2] по зависимостям:

$$\mu_1 = \frac{H_1}{h_1} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\Delta h}{H_1} \cdot \frac{m^2}{1 + m^2} \right)}, \quad (10)$$

$$\mu_2 = \frac{H_2}{h_2} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\Delta h}{H_2} \cdot \frac{m^2}{1 + m^2} \right)}. \quad (11)$$

Выражение для радиуса кривизны R_n биметаллической полосы после пропуска выводится исследователями [2] из соображений, что отношение $\frac{R_n}{R_n + h}$ – отношение радиуса

кривизны полосы (по аналогии с процессом гибки, это внутренний радиус, со стороны сжатой зоны) к наружному радиусу кривизны полосы (по аналогии с процессом гибки, это наружный радиус, со стороны растянутой зоны) равно отношению коэффициента вытяжки основного слоя к коэффициенту вытяжки плакирующего слоя:

$$\frac{R_n}{R_n + h} = \frac{\mu_2}{\mu_1}. \quad (12)$$

Откуда:

$$R_n = \frac{h\mu_2}{\mu_1 - \mu_2}. \quad (13)$$

С увеличением относительной толщины «твердого» (с большим сопротивлением деформации) плакирующего слоя наступает момент, когда вытяжка металла превысит вытяжку «мягкого» (с меньшим сопротивлением деформации). Радиус кривизны становится отрицательным, то есть полоса начинает изгибаться в другую сторону. Таким образом, как отмечали исследователи [2], радиус кривизны полосы, изгибающейся сначала в сторону «твердого» слоя, с увеличением относительной толщины этого слоя, достигает какого-то максимального значения (точнее, бесконечности, в соответствии с (13)), а затем начинает уменьшаться, и в пределе, полоса изгибается в сторону «мягкого» слоя.

На основании приведенных выше зависимостей в работе [2] получено выражение для кривизны полосы:

$$\rho_n = \frac{1}{R_n} = \frac{\Delta h}{h} \cdot \frac{1}{m^2 + 1} \cdot \frac{\frac{m^2}{k} - \frac{1}{1-k}}{1 - \left(\frac{\Delta h}{k} \cdot \frac{m^2}{m^2 + 1} \right)}, \quad (14)$$

где k – доля плакирующего слоя в собранной полосе до прокатки ($k = H_1/H$).

Отметим, что имея простые зависимости (10) и (11), от которых производной является также достаточно простая зависимость (13), определяющая радиус кривизны полосы R_n , нет необходимости в таких громоздких выражениях, как приводимое в работе [2] выражение (14).

Кроме того, в работе [2] из зависимости (14) найдено условие:

$$k = \frac{m^2}{1 + m^2}, \quad (15)$$

при котором кривизна полосы после прокатки равна нулю. Отметим, что ценность данного условия невелика, так как в данном случае варьировать придется отношением сопротивлений деформации. Более рациональным представляется разработка модели для оптимизации задачи получения минимальной кривизны полосы путем управления исходными толщинами слоев в полосе. Таким образом, содержательная постановка задачи о минимизации изгиба биметаллической полосы при прокатке: разработать оптимизационную математическую модель, позволяющую получить значения исходных толщин составляющих слоев полосы, при которых радиус изгиба полосы максимален.

Модель должна позволять:

- вычислять радиус изгиба полосы при любых соотношениях толщин слоев и сопротивлений деформации металлов слоев;
- вычислять толщины слоев полосы при максимальном радиусе изгиба полосы.

Исходные данные:

- марки металлов биметаллической композиции, в общем случае также условия деформации (скорость деформации, относительное обжатие, температура), определяющие сопротивление деформации металлов слоев. Упрощает задачу использование отношения m сопротивления деформации металлов слоев;

– H и h – толщины полосы до и после пропуска и производное от них общее абсолютное обжатие $\Delta h = H - h$.

Примем следующие этапы составления оптимизационной модели данной задачи:

- определение переменных модели;
- составление целевой функции модели;
- составление системы ограничений модели.

В зависимостях (10) и (11), необходимых для решения данной оптимизационной задачи, неизвестны значения и в числителе и в знаменателе. Значениями в числителе – исходными толщинами слоев H_1 и H_2 предлагается варьировать, а значения в знаменателе h_1 и h_2 будут от них производными через значения частных обжатий.

Частные обжатия легко определить по зависимостям (3) и (4), зная значения сопротивления деформации слоев полосы. Частные обжатия в данной оптимизационной задаче также принимаются постоянными величинами.

Условие минимального изгиба полосы: кривизна полосы $\rho_n \rightarrow 0$; радиус кривизны полосы – обратная кривизне величина, соответственно, целевая функция будет выглядеть:

$$R_n \rightarrow \infty. \quad (16)$$

Задача: определить, при каких исходных толщинах слоев H_1 и H_2 будет выполняться это условие минимального изгиба.

Оптимизационная модель в общем виде выглядит следующим образом:

- постоянные модели (исходные данные): H, h, m ;
- переменные модели: H_1, H_2 ;
- целевая функция (радиус кривизны полосы):

$$R_n = \frac{h \cdot \mu_2}{\mu_1 - \mu_2} = \frac{h \cdot \frac{H_2}{h_2}}{\frac{H_1}{h_1} - \frac{H_2}{h_2}} = \frac{h \cdot \frac{H_2}{H_2 - \Delta h \frac{1}{1+m^2}}}{\frac{H_1}{H_1 - \Delta h \frac{m^2}{1+m^2}} - \frac{H_2}{H_2 - \Delta h \frac{m^2}{1+m^2}}} \rightarrow \max; \quad (17)$$

– ограничения модели:

$$\begin{cases} H_1 + H_2 = H; \\ H_1, H_2 \geq 0. \end{cases} \quad (18)$$

Отметим, что данная модель линейна, так как переменные модели и ее ограничения линейны. Для решения оптимизационной задачи по данной модели применимы программные средства, имеющие инструменты для оптимизации. Простейшими вариантами являются инструмент Поиск решения программы Microsoft Excel и инструмент Optimization математического пакета MathCAD (разработчик – фирма MathSoft Inc. (США)).

Рассмотрим реализацию разработанной модели на примере.

Пусть рассматривается случай горячей прокатки биметаллической полосы толщиной до пропуска $H = 20$ мм и после пропуска $h = 15$ мм. Общее обжатие $\Delta h = H - h = 5$ мм. Относительная деформация $\varepsilon = 25\%$. Примем, что отношение сопротивлений деформации металлов слоев полосы: $m = p_2/p_1 = 88/110 = 0,8$ (плакирующий слой «твердый», имеет большее сопротивление деформации). Этот случай характерен для случая прокатки коррозионностойких биметаллов, когда основным слоем является низкоуглеродистая или низколегированная сталь, а плакирующим слоем – коррозионностойкая сталь.

В соответствии с (3) и (4), частные обжатия слоев:

$$\Delta h_T = \Delta h \frac{p_M^2}{p_T^2 + p_M^2} = 5 \frac{0,8^2}{1^2 + 0,8^2} = 1,95 \text{ мм};$$

$$\Delta h_M = \Delta h \frac{p_T^2}{p_T^2 + p_M^2} = 5 \frac{1^2}{1^2 + 0,8^2} = 3,05 \text{ мм}.$$

Исходные данные, формулы для расчета и некоторые значения варьируемых параметров – исходных толщин H_1 и H_2 заносились на лист Microsoft Excel (рис. 1).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1															
2	p_1 , МПа	110	H , мм	h , мм	Δh , мм	ϵ , %	H_1 , мм	h_1 , мм	H_2 , мм	h_2 , мм	μ_1	μ_2	R , мм	H_1/H_2	
3	p_2 , МПа	88	20	15	5	25	4	2,0488	16	12,951	1,9524	1,2354	25,846	0,25	
4	m	0,8	20	15	5	25	5	3,0488	15	11,951	1,64	1,2551	48,913	0,3333	
5	Δh_1 , мм	1,9512	20	15	5	25	6	4,0488	14	10,951	1,4819	1,2784	94,216	0,4286	
6	Δh_2 , мм	3,0488	20	15	5	25	7,8049	5,8537	12,195	9,1463	1,3333	1,3333	8E+07	0,64	
7	$\Sigma \Delta h$, мм	5	20	15	5	25	7,9	5,9488	12,1	9,0512	1,328	1,3368	-2270	0,6529	
8	H_1+H_2 , мм	20	20	15	5	25	8,5	6,5488	11,5	8,4512	1,298	1,3608	-325	0,7391	
9			20	15	5	25	10	8,0488	10	6,9512	1,2424	1,4386	-110	1	
10															
11															
12															
13															
14															
15															
16															
17															
18															

Рис. 1. Экранная копия рабочего листа Microsoft Excel с исходными данными и результатами

Для решения данной оптимизационной задачи используется инструмент Microsoft Excel – надстройка «Поиск решения», предназначенная для поиска оптимального значения (минимума или максимума) заданной функции (целевой), при наличии определенных ограничений на варьируемые параметры [14] (рис. 2).

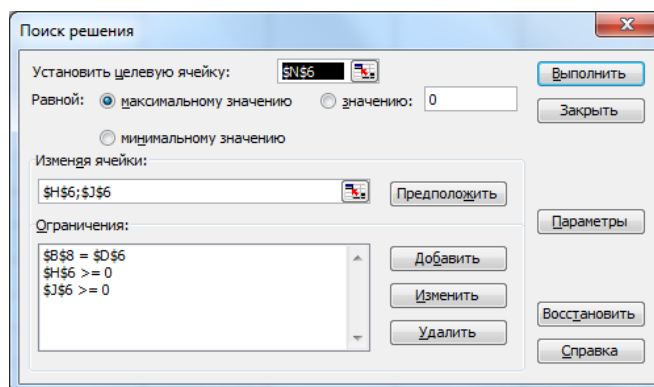


Рис. 2. Окно инструмента «Поиск решения» с введенными параметрами модели

Отметим, что расчет по примеру дает значение отношения $a = \frac{h_1}{h}$ равное 0,39 (5,9/15), что несколько превышает обычную долю a плакирующего слоя от толщины всей полосы ($a = 0,1 \dots 0,3$). Проверочные расчеты показывают совпадение результатов расчетов по оптимизационной модели и путем последовательных итераций с помощью Microsoft Excel.

ВЫВОДЫ

На основе известных закономерностей деформации биметалла разработана оптимизационная модель, предназначенная для расчета исходных толщин составляющих слоев, при которых обеспечивается условие минимизации изгиба биметаллической полосы при прокатке. Для программной реализации этой модели оптимально использовать инструмент «Поиск решения» программы Microsoft Excel (возможно также использовать инструмент Optimization математического пакета MathCAD). Модель применима для случая, когда отсутствуют жесткие требования на величину отношения толщины плакирующего слоя в общей толщине биметаллической полосы (или в модель добавляется ограничение на максимальное значение доли плакирующего слоя по толщине). Так как для расчетов достаточно знать соотношение сопротивлений деформации металлов слоев, полезным представляется разработать таблицы этих соотношений для прокатки различных сочетаний металлов в биметаллических полосах.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Куприн М. И. *Основы теории прокатки* / М. И. Куприн, М. С. Куприна. – М. : Металлургия, 1978. – 184 с.
2. Нефедов А. А. *Изгиб биметаллических полос при прокатке* / А. А. Нефедов, В. Н. Еришов // *Известия вузов. Черная металлургия*. – 1966. – № 10. – С. 100–103.
3. Воронов С. В. *Пластическая деформация слоистых композиционных материалов* / С. В. Воронов, Д. Г. Девейно // *Порошковая металлургия*. – 1982. – № 12. – С. 47–70.
4. Сеницын В. Г. *Несимметричная прокатка листов и лент* / В. Г. Сеницын. – М. : Металлургия, 1984. – 210 с.
5. Луценко В. А. *Анализ влияния различных факторов на раскрытие биметаллических пакетов при прокатке* / В. А. Луценко, А. В. Луценко // *Вісник Донбаської державної машинобудівної академії* : зб. наук. праць. – Краматорськ : ДГМА, 2006. – № 1Е (6). – С. 94–98.
6. Максимов Е. А. *Исследование крутящих моментов и изгиба переднего конца полосы при несимметричной прокатке толстых листов* / Е. А. Максимов // *Металлургические процессы и оборудование*. – 2008. – № 3. – С. 46–49.
7. Загорянский В. Г. *Управление неравномерностью деформации при холодной прокатке биметаллических полос* / В. Г. Загорянский // *Обработка материалов давлением : сборник научных трудов*. – Краматорск : ДГМА, 2013. – № 2 (35). – С. 199–202.
8. *Математическое моделирование процессов обработки давлением* / К. М. Иванов, А. В. Лясников, Л. А. Новиков, Э. В. Юргенсон; под общ. ред. А. В. Лясникова. – СПб. : ТОО «Инвентекс», 1997. – 268 с.
9. *Введение в математическое моделирование : учеб. пособ.* / В. Н. Ашихмин, М. Б. Гитман, И. Э. Келлер; под ред. П. В. Трусова. – М. : Логос, 2005. – 440 с.
10. Павлов И. М. *Теория прокатки и основы пластической деформации металлов* / И. М. Павлов. – М. : ГОНТИ, 1938. – 515 с.
11. Голованенко С. А. *Производство биметаллов* / С. А. Голованенко, Л. В. Меандров. – М. : Металлургия, 1966. – 304 с.
12. Коновалов Ю. В. *Расчет параметров листовой прокатки. Справочник* / Ю. В. Коновалов, А. Л. Остапенко, В. И. Пономарев. – М. : Металлургия, 1986. – 430 с.
13. Пирязев Д. И. *Производство биметаллической листовой стали* / Д. И. Пирязев, Н. М. Хорошилов, Ю. А. Кузьменко. – К. : ЦБТИМЧМ УССР, 1966. – 71 с.
14. Серогородский В. В. *Excel 2003. Эффективный самоучитель* / В. В. Серогородский. – СПб. : Наука и техника, 2005. – 400 с.

Загорянский В. Г. – канд. техн. наук, докторант КрНУ им. М. Остроградского.

КрНУ им. М. Остроградского – Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского, г. Кременчуг.

E-mail: zagor_vlad@ukr.net

Статья поступила в редакцию 19.12.2013 г.